

जुळवतात. या पायऱ्या विद्यार्थांच्या बरोबर समजावून घेत असताना शिक्षकाला मुलांशी संवाद साधावा लागतो. हा संवाद व्यवहाराविषयी आणि गणिताविषयी असतो. शिक्षक या संवादातून गणितातील काही रीती, संकल्पना आणि मानवी आयुष्यासाठी महत्त्वाची मूल्ये यांची सांगड घालू शकतात का? कशा प्रकारे घालू शकतात? याचा विचार या लेखात करणार आहोत.

या लेखात मूल्य म्हणजे 'वागण्याचे नियम'. चांगली व्यक्ती दुसऱ्यावर अन्याय करत नाही, सर्वांना समान लेखते. परिस्थितीचा साकल्याने विचार करावयाचा प्रयत्न करते. हे गुण म्हणजे मूल्य हा अर्थ येथे धरला आहे.

गणितात नियम हे कायमस्वरूपी सर्वच संबंधित घटकांसाठी समान असतात. ही गोष्ट व्यवहाराशी जोडून समाजात सुद्धा नियम सर्वांना समान असावेत, ही भावना पोचवणे शक्य आहे. गणितातील काही व्याख्या आणि क्रिया यांचा अर्थ सामाजिक परिस्थितीला जोडून शिकवता आला, तर काही मूल्यविचारसुद्धा मुलांपर्यंत पोचवता येऊ शकेल. अशा तऱ्हेने गणित शिकवताना चांगला माणूस घडवणे, सजग माणूस घडवणे कसे करता येईल; या संबंधाने विचार करू.

माझे सांगणे हे नाही, की गणित आणि मूल्ये यातील संबंध नैसर्गिक आहे, किंवा गणित शिक्षण म्हणजे मूल्यशिक्षण. या लेखात केली गेलेली विधाने ही सर्वसाधारण आहेत म्हणजे 'अ असेल तर ब शक्य आहे' या स्वरूपाची; काय शक्य आहे ते सांगणारीच आहेत.

.....

सर्वप्रथम सगळ्यांना माहीत असणारी, जाणवणारी गोष्ट सांगतो. ‘गणितातील नियम सर्वांना सारखेच असतात.’

बेरीज म्हणजे काय, तर ३ + ४ काढताना ३ नंतर पुढील ४ संख्या मोजायच्या, आलेली संख्या म्हणजे ३ आणि ४ ची बेरीज. याचा अर्थ, एका गटातील तीन वस्तू आणि दुसऱ्यातील ४ वस्तू एकत्र केल्या तर ७ वस्तू होतील. १० अंकी संख्या अधिक १५ अंकी संख्येची बेरीजसुद्धा ह्याच पद्धतीने केली जाते. पहिल्या संख्येनंतर दुसऱ्या संख्येइतके पुढे जायचे की आली बेरीज. नियम तोच. आणि हातचे घेणे आवश्यक असेल तर दोन अंकी संख्यांची बेरीज काय किंवा ८७ अंकी संख्या अधिक ११३ अंकी संख्येची बेरीज काय? पद्धत आणि क्रिया तीच. संख्या काही विशेष गुणधर्म असलेली असेल, उदाहरणार्थ, वर्ग संख्या आहे, घन आहे किंवा मूळ संख्या आहे, तरीही त्या संख्येच्या बेरजेचे नियम सारखेच असतात. इथे सगळ्यांना एकच न्याय. हे मी वर्गात आवर्जून सांगतो. मनुष्याच्या बाबतीत, त्याच्या अस्मितेच्या जपणुकीच्या बाबत ‘सावळे की गोमटे याला मोल नाही, त्याचे महत्त्व नाही’, या व अन्य गुणधर्मांचा, तथाकथित विशेषणांचा संबंध आपल्या वागण्याशी नसावा. या गुणधर्मांमुळे पूर्वग्रह निर्माण होऊन तर-तम केले जाऊ शकते. तसे न व्हावे याची काळजी घेतली पाहिजे. यात काही वर्गातल्या मुलांची नावे घेऊन गप्पा मारल्या की जरा वर्ग मोकळाही होतो आणि मुद्दाही पोचतो.

आपण व्यवहारात विशेषणांवरून चुकीचे अर्थ काढत असू, असे वाटते का? नाही ना. व्यक्तीचे विशिष्ट कामासाठी आवश्यक गुणधर्मच त्याच्या विषयीचे आपले मत ठरवत

असणार. भलत्याच गोष्टींवरून आपण आपले मत ठरवतो? 'छे! मी इतके चुकीचे वागत नाही.' असेच सगळे म्हणतील. एक उदाहरण बघू वर्गातलेच. उदा. राजीव, अर्णव आणि प्रिया चश्मिष आहेत, स्कॉलर आहेत नाही

का? ते हुशार असायला हवेत का? ही मुले हुशारच आहेत पण कोणीही चश्मिष हुशारच असतो असा मनात विचार धरला



तर गडबड होईल की नाही. पण पटकन ज्या व्यक्तीला चष्मा आहे अशी व्यक्ती बघताच ही खूप वाचन करणारी, जराशी गंभीर व्यक्ती असणार असे मनात येते ना? एखादी व्यक्ती हुशार आहे का, याचा चष्मा असण्या नसण्याशी संबंध नाही - हे मनात ठसवायला लागते. मात्र गणितात आपण हे अगदी सहजी मान्य करतो की जो गुणधर्म संबंधित असेल तोच ध्यानी घ्यायचा. जसे, त्रिकोणाच्या तीन कोनांची बेरीज 180 हे फक्त समद्विभूज त्रिकोणासाठीच खरे आहे असे नाही. आणि कितीही छान, मस्त लाल कागदाचा चौकोन असेल, तरी त्याच्या कोनांची बेरीज 180 असणार नाही. म्हणजे ज्याचा जेथे संबंध : तोच ठरवेल निष्कर्ष. किती बाजू आहेत आणि आकृती बंदिस्त आहे का एवढाच विचार आपण गणितात करतो. गणितात आपण हा विवेक सहजी, सवयीने करतो. मग आयुष्यातही हा धडा गिरवू या.

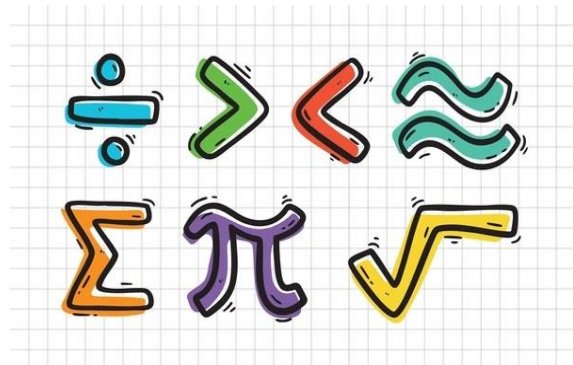
मी जे सांगायचा प्रयत्न, समानते विषयी, करतो आहे, त्यासाठी हे उदाहरण खूप सुलभ आहे असे वाटेल. पण हे उदाहरण विशेषणांच्या 'रूढ' अर्थामुळे फसगत होऊ शकते हे दाखवून देणारे, मुलांना न दुखावता सांगण्याजोगे, त्यांच्या विश्वातले आहे. परत ही वाक्ये बोलून झाली, बेरीज-गुणाकाराचे नियम सांगितले, सराव घेतला, की बेरीज करताना,

गुणाकार करताना किमान त्या तासात तरी नियम सर्वांना सारखेच; हे मुलांच्या मनात येत राहते.

शिक्षक इतके करू शकतात. मात्र त्यांनी इतकेच करावे कारण यावर अधिक बोलले, की, 'लागला लेक्चर द्यायला' अशी प्रतिक्रिया येणारच. त्याहीपेक्षा महत्त्वाचे म्हणजे विद्यार्थ्यांच्या मनात हा विचार 'विशिष्ट शिक्षकांनी सांगितलेला विचार' अशी जुळणी न होता तो अधून मधून बेरीज, गुणाकार, ल.सा.वि. शिकवताना सुचवत राहिला तर त्यावर विद्यार्थी विचार करेल. कधी कधी नुसतेच 'अरे हा नियम आपल्याला नेहमीच्या व्यवहारात काय सुचवतो?' असे म्हणून सोडून देता येईल. आणि हळूहळू तो विचार विद्यार्थ्यांचा स्वतःचा होण्याची शक्यता वाढेल. व्यक्तीची प्रतिष्ठा हे स्वतंत्र, सार्वभौम मूल्य आहे. हे मूल्य समजवायला 'सरसकट सर्वांना नियम सारखे' हे गणितातील वैशिष्ट्य खूपच उपयुक्त ठरेल.

.....

या सोबतच, गणितात 'एक चिन्ह एक अर्थ' असा दंडक असतो. लिखाणाची पद्धतही सारखीच असते. या वैशिष्ट्यामुळे गणित ही अशी भाषा आहे, जी सगळ्यांना



समजते! मराठी युरोपमध्ये तर इटालियन भारतात समजू शकत नाही. मात्र गणिताची भाषा ही सगळीकडे समजते. अंक तेच, चिन्हे तीच, क्रिया त्याच; त्यांचे अर्थसुद्धा सगळीकडे

तेच! एकमेकांशी अर्थपूर्ण बोलणे होण्यासाठी सुद्धा आपल्याला एकमेकांना समजेल असे

बोलणे आवश्यक ठरते. त्यासाठी माणूस म्हणून सर्व समानच, ह्याची जाणीव महत्त्वाची ठरते. अगदी कार्यालयात सुद्धा वरिष्ठ इतरांशी आदरपूर्वक बोलला तर तो अधिक चांगल्या तऱ्हेने काम करवून घेऊ शकतो. आपण सगळे सारखेच आहोत, नियमही तेच, उद्देशही तेच ही जाणीव महत्त्वाची ठरते. या पुढची गोष्ट म्हणजे ‘अरे आपण सगळेच या कार्यालयाचे सदस्य आहोत, हे आपलेच काम आहे. चला सगळे मिळून करू या’, अशा पद्धतीने ‘संघ बांधणी’ करताना व्यक्ती म्हणून आपण सगळे तितकेच महत्त्वाचे, हे आवश्यक. सदस्य आणि अंक, ही संगती ही धारणा निर्माण होण्यासाठी उपयुक्त ठरेल.

भांडण झाले की ते सोडवताना माझे शिक्षक नेहमी म्हणायचे, “अरे, भांडायचे तर गणितातल्या सारखे भांडा. नियमाने भांडा. दर वेळी तेच नियम पाळून. याने तुझे रबर पळवले म्हणून तू त्याला पाठीत मारलेस, तर तू कोणाचे रबर पळवलेस तर तुझ्याही पाठीत दणका बसायलाच हवा. तसेच, मी शहाणा तू वेडा यातील शहाणा नि वेडा यांचे अर्थही दर वेळेला तेच हवेत.” अर्थातच आम्ही त्यांचे म्हणणे ऐकायचो नाही. आम्हाला माहित होते, ते सांगतात तसे केले तर भांडण करताच येणार नाही. आता दाखवतोच तुला म्हणत भांडण सुरू... असे भांडण नियमात बसवता येणारच नाही.

सर मग हसून म्हणत की, “गणितात कसे आपण काय दिले आहे, गृहीत काय, ते समजून घेतो, काय हवे आहे याचा विचार करतो आणि मग रीत ठरवतो, तसेच या प्रसंगी राग का आला ते ओळख आणि तुला काय हवे आहे ते समजून घे. मग रागव, अगदी भागाकारासारखे सारखे तुकडे करा तुझ्या मित्राच्या म्हणण्याचे. हरकतच नाही.”

एकेक गंमत त्या त्या वेळची. पण आज त्यातला अर्थ जाणवतो. काही संस्कार मनात बीजरूपाने असतात. त्या वेळी एक गंमत म्हणून सोडून दिलेले असले तरी त्यातले महत्त्वाचे तत्त्व आज समजते. अगदी तब्येतीत राग व्यक्त करा पण मग त्यात भेदभाव नको. ज्या गोष्टीचा राग आला असेल ती गोष्ट कुणीही केली असेल तरी राग तेवढाच यायला हवा बरे.

तर असो, शिक्षकाने गणिताचा तास हा मूल्यसंवर्धन तास म्हणून अजिबात घेऊ नये. गणितच शिकवावे. वर सुचवल्याप्रमाणे विद्यार्थ्यांच्या मनात 'बरे सत्य वागा यथातथ्य चाला' हे अधून मधून ठसवत राहा. या शिकवणूकीसाठी सुसंगत असे विषय, क्रिया आणि दृष्टीकोन गणितात तुम्हाला नक्कीच सापडतील.

नंतर कधीतरी एखादा विद्यार्थी/विद्यार्थिनी भेटेल, ती सांगेल, की सर मला गणित किती कळले ते सांगता येणार नाही, पण मी चांगली व्यक्ती बनले याचे बरेचसे श्रेय, गणिताच्या तासाला आपण मारलेल्या गप्पांना आहे.

§§§

लेखक : किरण बर्वे, भास्कराचार्य प्रतिष्ठान येथे गणित शिकवतात. विज्ञान व गणित विषयांत लेखन करतात. शैक्षणिक संदर्भ गटात सहभागी.

इमेल : barvekh@gmail.com

(कळीचे शब्द : गणित, गणितातले नियम, गणितातली चिन्हे आणि त्यांचे अर्थ, गणित शिकवताना मूल्यसंवर्धन, Mathematics, Rules in Mathematics, Signs in Mathematics and their meaning, Value enhancement while teaching Mathematics)