

शैक्षणिक संदर्भ अंक १३६ (जून – जुलै २०२२)

प्रश्नांकडून उत्तरांकडे प्रवास

भाग १

लेखक : किरण बर्वे

प्रश्नांकडून उत्तरांकडे प्रवास

भाग १

लेखक : किरण बर्वे

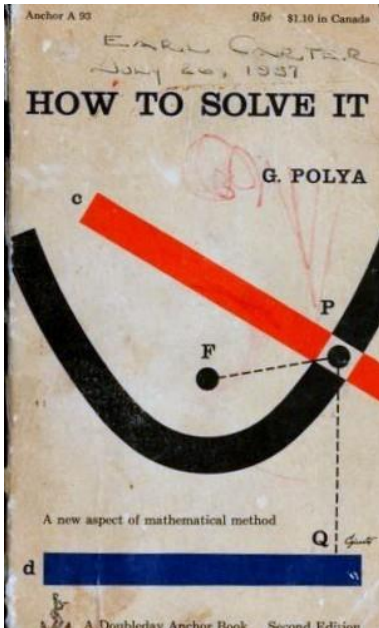


गेली २० वर्षे मी आंतरराष्ट्रीय गणित ऑलिम्पियाड स्पर्धेला बसू इच्छिणाऱ्या शालेय ८ वी ते ११ वी च्या विद्यार्थ्यांना शिकवत आहे. शिकवणे हा शब्द योग्य नाही; २० टक्के भाग विषय शिकवण्याचा आणि ८० टक्के भाग मुलांसोबत गणिते सोडवायचा असा तो प्रवास असतो. तऱ्हेतऱ्हेचे अनोखे विचार करायला लावणारे प्रश्न सोडवणे हा त्या अभ्यासाचा गाभा आहे. प्रत्येक प्रश्न सोडवण्यासाठी वेगळा विचार करावा लागणे ह्यात

आनंद आणि आव्हानही असते. प्रत्येक प्रश्न भिन्न, त्यामुळे उत्तराप्रत नेणारी कल्पना भिन्न असे असले तरी उत्तरांच्या दिशेने जाण्यासाठी, योग्य दिशेने विचार करण्याची सुरुवात करण्यासाठी मार्गदर्शक अशी काही पद्धत आहे का? नेमका नसला तरी, काही ह्युरिस्टिक (heuristic) म्हणजे शिकणाऱ्याने स्वतःच सर्व शोधून काढायचे अशा शिक्षणपध्दतीचा सूत्रविचार आहे का, हे आपण शोधणार आहोत.

खरे तर आपण सतत प्रश्न सोडवत असतो आणि नवनवीन निर्माणही करत असतो. उत्तर शोधण्याचा आपला अनुभव सांगतो की प्रश्न समजून घेणे, सोडवायची काही योजना तयार करणे, त्यात बदल करणे, अखेर उत्तर मांडणे असे टप्पे असतात. त्याशिवाय नव्याने प्रश्नाकडे बघणे, दृष्टीकोन बदलून विचार करणे, उपप्रश्न सोडवणे, असा प्रश्न अगोदर सोडवला आहे का? मग त्या वेळी उत्तर कोणते होते? हा विचार उपयुक्त ठरतो. या शोधाच्या रस्त्यावर काही पावले, दिशा वारंवार भेटतात.

मी शिकवायला सुरुवात केल्या नंतर, प्राध्यापक एम. प्रकाश या गणिताच्या



विख्यात आणि समर्पित शिक्षकांनी मला 'How to Solve It' by G. F. Polya हे पुस्तक वाचायला सुचवले. जॉर्ज पोल्या या हंगेरियन गणितीने लिहिलेल्या या जगप्रसिध्द पुस्तकात उत्तरे काढणे सोपे जावे व उत्तराच्या शोधात मदत होईल असा विचार करायच्या पद्धती आहेत, विविध टप्पे आहेत, त्यांचे विवरण आहे. या पद्धतींची कल्पना शिककाला असेल तर चांगले, असे प्रकाश सरांनी आग्रहाने

सांगितले. त्यातील पहिल्याच पानावर प्रश्न सोडवण्यासाठी काय करा याचा एक आराखडा बारकाईने मांडलेला आहे. मी त्या आराखड्यापाशीच रेंगाळलो. या पद्धतीची ओळख विद्यार्थ्यांना आवर्जून करून दिली. या विद्यार्थ्यांच्या मनात हा आराखडा जणू उपजतच असायचा. त्यामुळे आराखड्याची थोडी चर्चा केली की पुरेसे असायचे.

जॉर्ज पोल्या

जॉर्ज पोल्या एक हंगेरियन गणितज्ञ होते. ते १९१४ ते १९४० पर्यंत इटीएच झुरिच येथे आणि १९४० ते १९५३ पर्यंत स्टॅनफोर्ड विद्यापीठात गणिताचे प्राध्यापक होते. त्यांनी संयोजनशास्त्र, संख्या सिद्धांत, संख्यात्मक विश्लेषण आणि संभाव्यता सिद्धांतामध्ये मूलभूत योगदान दिले. गणिताच्या शिक्षणासाठी त्यांनी मुलभूत संशोधन केलं. त्यांच्या कारकिर्दीच्या उत्तरार्धात, त्यांनी विद्यार्थी, शिक्षक आणि संशोधकांसाठी गणित सोडवण्याच्या अभिनव पद्धती ओळखण्यासाठी भरपूर संशोधन केलं आणि या विषयावर पाच पुस्तके लिहिली.



How to Solve It या पुस्तकामध्ये पोल्या यांनी गणितीय आणि अगणितीय अशा दोन्ही प्रकारच्या प्रश्नांचे निराकरण करण्यासाठी ह्युरिस्टिक शिक्षणपद्धत कसे काम करते हे दाखवले आहे. पुस्तकात गणित शिकवण्यासाठी मार्गदर्शन केलेले आहे आणि विद्यार्थ्यांना उत्तराकडे जाणारा स्वतःचा मार्ग शोधण्यासाठी उपयुक्त शब्दांचा एक लघु-ज्ञानकोश सुद्धा दिला आहे. या पुस्तकाचे अनेक भाषांमध्ये भाषांतर झाले आणि लक्षावधी प्रती विकल्या गेल्या. गणिताच्या शिक्षणात आजही हे पुस्तक वापरले जाते.

वर उल्लेखलेला पुस्तकातील आराखडा दीड पानी आहे. त्यानंतर त्या आराखड्याचे विवरण २५० पानांत लेखकाने केले आहे. प्रत्येक मुद्दा सांगून त्याचे उदाहरण दिल्यावर पुढचा मुद्दा, त्या मुद्द्यांतील परस्पर संबंध असे सविस्तर आणि तरीही नेमके लिखाण आहे. परस्परविरोधी भासणाऱ्या मुद्द्यांविषयी कुठली पायरी कधी उपयुक्त असे संदर्भ समजावून देत लिहिले आहे. गणितातील उदाहरणे, क्वचित कोडी, ती सोडवताना या पद्धती कशा वापरल्या, हेही दाखवून दिले आहे.

पुस्तकातील प्रतिपादन अत्यंत बारकाईने केलेले, तर्कशुद्ध आणि तरीही रंजक आहे. रचनेतील अतिशय तार्किक शिस्त आणि खूप नेमकेपणाचा आग्रह विशेष उल्लेखनीय आहे. दुसरे वैशिष्ट्य म्हणजे पुस्तकात दिलेली उदाहरणे! गणितात अधिक रस आणि गती असलेले विद्यार्थी डोळ्यासमोर ठेवून ही उदाहरणे निवडली आहेत. प्रश्न सोडवायच्या पद्धती केवळ शास्त्रीयच नव्हे तर व्यवहारातील आणि एकंदरच कोणतेही प्रश्न सोडवण्यासाठी उपयुक्त आहेत.

आपण एक उदाहरण पाहू.

दीड वर्षांच्या मुलाशी आई खेळत आहे. एक चमचा त्या मुलाच्या किंचित उजव्या बाजूला आहे. मुलाने चमचा शोधायचा आणि तो चमचा आईला द्यायचा असा खेळ आहे.



विविध हातवारे होतात, बोलले जाते. त्या मुलाला चमचा शोधावा असे वाटणे ही

सर्वात पहिली महत्वाची पायरी आहे. आपली आई आपल्याजवळ आहे, चमचा मागते

आहे. तिच्या चेहऱ्यावर उत्सुकता आहे, आनंद आहे. मुलाला छान वाटते. या खेळात मुलाला रस वाटतो. खेळ खेळावा असे वाटते.

तसे बघायचे तर या खेळात एक प्रश्न आहे. मुलाने आईला चमचा देणे ही क्रिया आईला घडवायची आहे. प्रश्नात काही माहिती आहे. चमचा शोधून द्यायचा आहे. मुलाला चमचा म्हणजे काय माहिती आहे. पण आई परत आठवण करून देते. तो चमचा खाऊ खायला घेतला होता. “बघ, तू चमचा फेकलास नाही का त्या वेळी, आणि तू चमच्याने जॅम घेतला,” इ. इ... चमचा म्हणजे काय ते मुलाला नेमके समजले आहे याची खात्री आई करते. मग एक संवाद सुरू होतो. मुलाने स्वतःच चमचा शोधावा आणि त्या शोधातील आनंद दोघांनी घ्यावा अशी इच्छा आहे.

कधी मूल आईने चमचा द्यावा असे सांगते. “नाही, तू दे,” आई म्हणते. आई शोधल्यासारखे करते. मूल आईचे अनुकरण करते. मग “कुठे बघू या बरे? अरे, उजवीकडे आहे का?” वगैरे वगैरे होऊन मूल चमचा मिळवते. ते मूल जणू चमचा ही वस्तूच त्या वेळी शोधून आईला देते. त्याने काहीतरी साध्य केलेले असते.

असे वारंवार करून मूल आणि आई खूप शिकतात. या शिकलेल्या गोष्टींचे हळूहळू क्षमतेत रूपांतर होते...

थोडा बारकाईने विचार करू. चार तरी पायऱ्या होत्या या क्रियेत.

पायऱ्या

१. मुलाला या प्रश्नात रस वाटणे.
२. माहिती - चमचा, तो कुठे असू शकतो?

३. मुलाला आपल्याला आईला चमचा द्यायचा आहे हे समजणे.

४. मुलाने आईला चमचा देणे.

आता या पायऱ्यांमधील साखळी जुळवणे म्हणजे प्रश्न सोडवणे.

आपण 'पद्धती' तील दोन मुद्द्यांना स्पर्श केला आहे. पहिला मुद्दा प्रश्न समजावून घेणे. त्यात असलेल्या माहितीबद्दल स्पष्टता आपल्या मनात आणणे. दुसरा मुद्दा नेमके काय करायचे आहे, अपेक्षित आहे ते स्पष्ट करून घेणे.

क्रमशः

§§§

लेखक : किरण बर्वे, भास्कराचार्य प्रतिष्ठान येथे गणित शिकवतात. विज्ञान व गणित विषयांत लेखन करतात. शैक्षणिक संदर्भ गटात सहभागी.

इ.मेल : barvekh@gmail.com

(कळीचे शब्द : ह्युरिस्टिक शिक्षणपद्धती, गणिती प्रश्न सोडवण्याची प्रक्रिया, त्यातील टप्पे, त्याचा आराखडा, जॉर्ज पोल्या)

शैक्षणिक संदर्भ द्वैमासिकाविषयी

शैक्षणिक संदर्भ हे पालकनीती परिवाराचे द्वैमासिक ऑगस्ट १९९९ पासून संदर्भ सोसायटी प्रकाशित करत आहे. मराठीतून चांगले विज्ञान वाचायला मिळावे, शालेय व महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांच्या कुतूहलाला प्रोत्साहन मिळावे, अनुभवांना जोडून असलेल्या विज्ञानाची सहज ओळख व्हावी आणि समाजात वैज्ञानिक दृष्टिकोन वाढावा, हे याचे उद्देश आहेत.

२०१८ सालापासून आम्ही शैक्षणिक संदर्भची छापील आवृत्ती न काढता इ-अंक प्रकाशित करत आहोत व इमेल आणि व्हॉट्सॅपच्या माध्यमातून वाचकांपर्यंत पोहोचवत आहोत.

आपल्याला आमचे अंक वाचायचे असल्यास आपला इ-मेल पत्ता आणि व्हॉट्सॅप क्रमांक (ऐच्छिक) आम्हाला sandarbh.marathi@gmail.com वर पाठवावा. दर आठवड्याला एक लेख व दर दोन महिने पूर्ण झाल्यावर आठ लेखांचा एकत्रित एक अंक असे आपल्याला पीडीएफ स्वरूपात मिळतील.

www.sandarbhsociety.org या वेबसाईटला जरूर भेट द्या. जुने अंकही त्यावर पीडीएफ स्वरूपात उपलब्ध आहेत.

हा उपक्रम विनामूल्य आहे, पण आपण आपला सहभाग ऐच्छिक देणगी रूपात संदर्भ सोसायटीकडे पाठवू शकता. अधिक माहिती वेबसाइटवर उपलब्ध आहे.

- संपादक मंडळ, शैक्षणिक संदर्भ व विश्वस्त मंडळ, संदर्भ सोसायटी