

शैक्षणिक संदर्भ अंक १२९ एप्रिल-मे २०२१

# ध्यानचंद आणि रामानुजन निर्माण होण्यासाठी...

लेखक: विवेक माँटेरो

अनुवाद: नीलिमा सहस्रबुध्दे

# ध्यानचंद आणि रामानुजन

## निर्माण होण्यासाठी...

लेखक: विवेक माँटेरो

अनुवाद: नीलिमा सहस्रबुध्दे

विसाव्या शतकातले पहिले शंभर गणिती घेतले, तर त्यात भारतीय किती असतील? श्रीनिवास रामानुजन पहिल्या दहात असतील... ते तर गेल्या काही शतकांमधले सर्वात प्रसिद्ध गणिती आहेत. मात्र भारताच्या लोकसंख्येच्या मानाने इथे आपले गणिती दिसत नाहीत.

रामानुजनबद्दल लिहिले गेलेले बरेच साहित्य त्यांना देवकोटीमध्येच नेऊन टाकते. त्यांनी जे साध्य केले ते मुळी केवळ परमेश्वर कृपेनेच जणू! म्हणजे मग समाजाची काही जबाबदारी उरत नाही! ते असाध्य – अशक्य आहे, अशी मान्यताच दिली जाते. खरे तर आपण त्यांचे मार्ग अभ्यासून तपासून पाहायला हवे, की कोणत्या प्रक्रियेमुळे रामानुजन एक श्रेष्ठ गणिती बनले. म्हणजे त्याच मार्गाने आणखी अनेक गणिती भविष्यात तयार होतील.

रामानुजन स्वतः त्यांच्या कामाबद्दल बरेच वास्तवाला धरून बोलत.

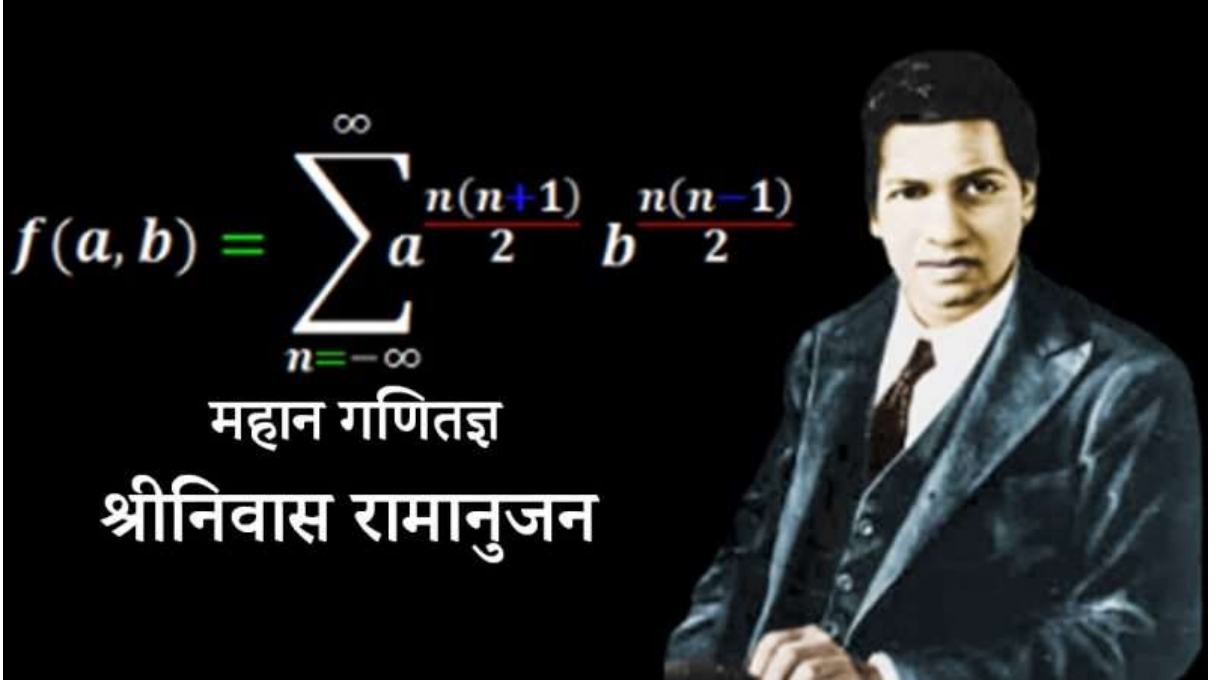
रॉबर्ट कानिगेल लिखित चरित्रात एक प्रसंग आहे... त्यांना त्यांचे मित्र, के. एस. श्रीनिवासन भेटायला आले होते.

“रामानुज, तुला अलौकिक प्रतिभा लाभली आहे असे लोक म्हणतात.”

“कसली अलौकिक प्रतिभा? माझे हात बघ कोपरापर्यंत कसे झालेत.”

डोक्यात गणिते घुमायला लागली, की पाटीवर लिहिताना आणि पुसताना त्यांना फडके शोधायलाही वेळ उरत नसे. एकीकडे हाताने लिहायचे, अन दुसऱ्या कोपराने पुसायचे!

“या कोपरांमुळेच येते ती प्रतिभा.”



कानिगेलने त्यांच्या कामाच्या पद्धतीचे वर्णन केले आहे, “... गणिती संकल्पना मांडणे, त्यावर गणिती क्रिया करून पाहणे, त्यातील स्पेशल केसेस शोधून काढणे, आधीची प्रमेये वेगळ्याच क्षेत्रात वापरून पाहणे सतत चालू असे. त्यातच काही वेळा अंकगणित असे. एकेक अंक हा त्याचा एकेक मित्र होता! अंकांच्या सान्निध्यात तो मित्रांच्या गराड्यात असावा तितका आनंदात असे. त्याच्या प्रकाशित वह्यांमध्ये प्रत्येक वेळी पूर्ण अंकगणिती

रूप पूर्ण दाखवलेले असते. इतरांनी जिथे हे काम वाचणाऱ्यावर सोडून दिले असते, तिथेही. अनेकदा त्याचे प्रबंध त्यामुळे प्रबंध न वाटता, अंकगणिताचे गृहपाठ वाटू लागतात. ते सगळे अंकगणित हे जणू वंगण होते, ते त्याने भरपूर वापरले. बी.एम.विल्सन (रामानुजन स्कॉलर) यांनी म्हटलेले आहे, की रामानुजनच्या संशोधन टिपणाआधी नेहमीच इतकी गणिते सोडवून मांडलेली असत, की तुम्ही आम्ही त्यापासून पळून जावं.

आता हे जे पळून जाणे आहे, ते एका बाजूला कौतुकाने आहे आणि जरासे उपहासानेदेखील आहे... एखाद्या गणितीने अशी निव्वळ अंकगणिते सोडवण्यात रमून जावे?? खरे तर, महान कलाकार जसे त्यांच्या त्यांच्या कलासाहित्यात रमून जातात, रंगात बुडून जातात, सुरात गुंगून जातात तसे रामानुजन अंकांसह नाते जोडत असत.

जी.एच.हार्डींनी लिहून ठेवलेले आहे, “सध्याच्या काळातल्या बहुसंख्य गणितींपेक्षा



प्रसिध्द गणिती जी.एच. हार्डी

रामानुजनची पद्धत वेगळी होती... अंकगणितावरून अनुमान काढण्याची. उदा. विभाजनाचे एकरूपतेचे गुणधर्म (congruence properties of partitions). त्याची चिकाटी, गणित करण्याचा वेग, ध्यानात ठेवण्याची ताकद या सगळ्यामुळे त्याला त्यातल्या रचना झटकन दिसत. त्यावरून लागू होणारा सामान्य नियम

वेगाने मांडता येई. त्यावरून तो ज्या वेगाने प्रमेये मांडू शके, ते थक्क करणारे होते. त्याला तुलनाच नव्हती...

...अर्थात, त्याची स्मरणशक्ती, गणित करण्याचा वेग असाधारण असला, तरी अनैसर्गिक नव्हता. एखादा गुणाकार करायचा, तर तो नेहमीच्याच पद्धतीने करी, मात्र अतिशय वेगाने. त्याच्या बरोबरीचे इतर गणितीही त्या वेगाने करत असत...

... ट्रान्स्फॉर्मेशन ऑफ इनफायनाइट सिरीज आणि बीजगणिताच्या सूत्रांचे मर्म त्याला ज्या समग्रपणे दिसे ते केवळ अवाक करणारे होते. या बाबतीत त्याची बरोबरी कुणी करू शकत नव्हते. युलर आणि जॅकोबी यांचीच आठवण होते.”

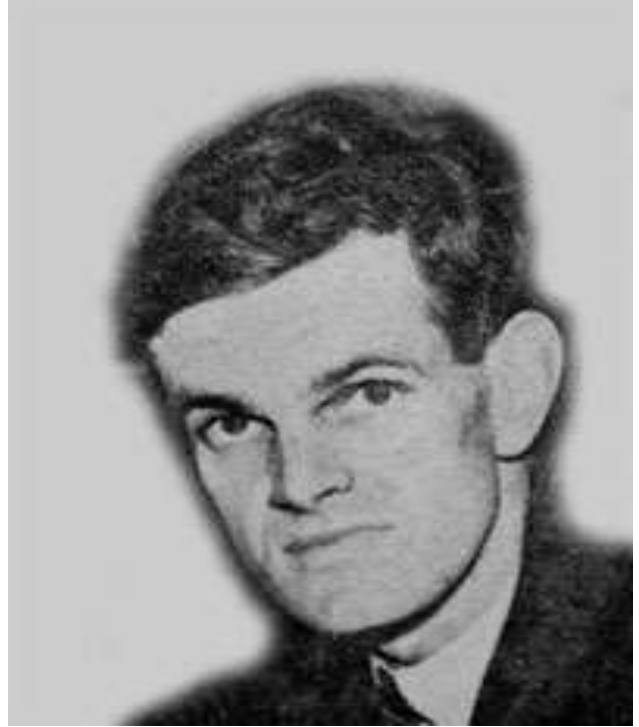
रामानुजनचे असामान्य गणित हे त्याची प्रतिभा आणि वर्षानुवर्षे केलेले एकहाती, अथक प्रयत्न यांचे फलित होते. निव्वळ स्वयंअभ्यासाने हे कसे साधले? तो अभ्यासाचा मार्ग काय होता? अगदी सुरुवातीचा “सिनॉप्सिस ऑफ प्युअर मॅथमॅटिक्स” या पुस्तकाचा त्यांनी एकट्याने केलेला अभ्यास आणि हार्डीबरोबर केलेले काम आपल्याला माहीत आहे. पण १९०२ ते १९१४ दरम्यान त्यांनी केलेल्या स्वयंअभ्यासाबद्दल काही लिहिलेले सापडत नाही.

विसाव्या शतकातले महान गणितशिक्षक डब्ल्यू. डब्ल्यू. सॉयर यांनी म्हटले आहे, “गणिती म्हटलं, तर स्वतःच आपला विचार करण्याचा गुण सर्वात आवश्यक. ही सवय लहानपणीच लागते. नंतर तशी सवय लागणे दुरापास्त.”

सॉयर यांनी गणिताची व्याख्या अशी केली आहे – गणित म्हणजे शक्य असतील त्या सर्व रचनांचा, आकृतीबंधांचा/प्रारूपांचा (pattern) अभ्यास आणि वर्गीकरण. पॅटर्न हा शब्द त्यांनी फार व्यापक अर्थाने वापरला आहे... मनाला समजू शकणाऱ्या यच्चयावत सर्व प्रकारच्या नियमितपणाला त्यांनी पॅटर्न म्हटले आहे.

रामानुजन यांनी त्यांच्या अभ्यासात सर्व संख्या, अनंत संख्यांच्या मालिका, चालू अपूर्णांक, समाकल/इंटिग्रल, स्पेशल फंक्शन्स याबद्दल विचार केला होता, त्यावर प्रयोग केले होते, त्यातल्या रचना आणि नियमितता शोधल्या होत्या. हे सगळं त्यांनी ज्या अनावर आवडीने आणि निर्धाराने केले त्यामुळेच ते रामानुजन झाले!

प्रा. सॉयर यांनी एक लेख लिहिलेला आहे, “केट्रिंग टू द एक्स्ट्रीम्स” त्यात त्यांनी असाधारण गणिती क्षमतेच्या मुलांना कसे शिक्षण आवश्यक आहे त्याबद्दल सांगताना अॅलन टुरिंगचे उदाहरण दिले आहे. त्याचे शिक्षक कॅनन एपर्सन यांनी सांगितले होते, “मी त्याला मुद्दामच आपला आपला अभ्यास करण्यासाठी सोडून देत असे, त्याला गरज वाटेल तेव्हाच मी मदत करत असे. त्यामुळे त्याची स्वतःची प्रतिभा मुक्तपणे बहरली. तो अगदी प्रगत विषयांवरची पुस्तके एकटाच वाचून समजून घेत असे, अगदी सापेक्षतावादावरचीसुद्धा.”



प्रा. डब्ल्यू. डब्ल्यू. सॉयर

प्रा. सॉयर म्हणतात, “हे वाचून मला माझ्यासारख्या भाग्यवान माणसांचे शिक्षण आठवते, १९२०-१९३० दरम्यानचे विशेषतः गणितासाठी नावाजल्या गेलेल्या शाळांमधले धोरण असे होते :

१. मुलांना त्यांच्या त्यांच्या इच्छेने आणि त्यांच्या त्यांच्या वेगाने गणिताचा अभ्यास करू देणे.

२. मुलांना उपयुक्त पुस्तके फक्त सुचविणे.

३. गरज असेल, तेव्हा मदतीला तयार राहणे.

ज्यांनी अशा प्रकारच्या मुक्त-शिक्षणाने होणारी गणितातली प्रगती अनुभवलेली नाही, त्यांना त्यातल्या अमर्याद शक्यता, इष्टता आणि तसे शिक्षण किती हवेसे वाटते त्याची कल्पना येणे कठीण.



“हे धोरण आजही व्यापकपणे वापरायला हवे. अशा शिक्षणाकडे केलेले दुर्लक्ष अतिशय दुःखदायक आहे. त्यामुळे अनेक मुलांना भविष्यात गणिती होण्यापासून वंचित ठेवले जाते आहे. हे धोरण राबवले, तर पूर्वीच्या विशेष शाळांच्याइतकेच नामवंत गणिती आजच्या कोणत्याही शाळेतून निर्माण होऊ शकतील.”

ज्या मुलांना गणितात विशेष रस वाटतो, त्या सर्व मुलांना स्वयंअभ्यासासाठी अनुकूल वातावरण प्रत्येक शाळेत उपलब्ध असायला हवे, तसे राष्ट्रीय धोरणच असायला हवे असे प्रा. सॉयर यांचे म्हणणे होते. गणिताचेही सार्वत्रिकीकरण व्हायला हवे असे म्हणणारे ते पहिलेच होते. जसे पेपर वाचायला येणे आपण आवश्यक मानतो, तसेच गणिती दृष्टिकोनातून विचार करणे प्रत्येकाला जमायला हवे.

हे आज विलक्षण वाटेलही, पण साक्षरताही मागच्या शतकात अशीच अशक्य वाटली असेल.

## विसाव्या शतकातले शिक्षण

गणित येणारे अल्पसंख्य आणि गणित न आवडणारे, गणिताला घाबरणारे बहुसंख्य अशी लोकसंख्या आपण आज नॉर्मल मानतो. हे खरे तर किती विचित्र आहे... शारीरिक शिक्षणामुळे ९०% मुलांचे शरीर कमकुवत होते असे मान्य करण्यासारखे हे आहे.

आपल्या देशात शिक्षण-हक्क कायदानुसार प्रत्येकाला चांगल्या गणित-शिक्षणाचा हक्क आहे. मग आज जे शिक्षण बहुसंख्य मुलांमध्ये गणिताची नावड/ भीती निर्माण करते, ते या कायद्याच्या विरोधी आहे. अर्थातच आपल्या गणित-शिक्षणाच्या पद्धतीची आपण फेरतपासणी आणि फेररचना करायला हवी.

भारताचा जगप्रसिद्ध हॉकीपटू ध्यानचंद तुम्हाला आठवतो का? त्या काळात



हॉकीपटू मेजर ध्यानचंद

गल्लोगल्ली मुले हॉकी खेळत असत. आज इतकी कमी मुले हॉकी खेळतात, की ध्यानचंद फक्त इतिहासातच राहून जाणार!

प्रा. सॉयर यांनी केलेली

गणितातल्या यशाची व्याख्या

इतकी सरळ आणि सखोल आहे, की गणिताच्या प्रत्येक विद्यार्थ्याला ती लागू पडावी, अगदी



रामानुजनला सुद्धा : मी जे गणित शिकलो, ते शिकताना मला मजा आली... आणखी गणित शिकायची इच्छा झाली, किंवा वेळ आली तर त्याची भीती मुळीच वाटणार नाही; असे जेव्हा प्रत्येकाला वाटेल, तेव्हा त्याला संपूर्ण यश म्हणता येईल.

अर्थातच रामानुजन अपवाद म्हणावा लागेल, प्रत्येकजण रामानुजन होऊ शकणार नाही... पण, जेव्हा मुले गल्लोगल्ली हॉकी खेळतील अन प्रत्येक शाळेत मज्जेत गणित शिकतील, तेव्हा कितीतरी ध्यानचंद आणि कितीतरी रामानुजन निर्माण होतील, नव्हे का?

§§§

---

लेखक : **विवेक माँटेरो**, लोकविज्ञान संघटनेत कार्यरत, नवनिर्मिती लर्निंग फाउंडेशनतर्फे गणित आणि विज्ञानाचे सार्वत्रिकीकरण करण्यासाठी अनेक वर्षे प्रयत्नशील.

इ-मेल : [vivekmonteiro@yahoo.com](mailto:vivekmonteiro@yahoo.com)

अनुवाद: **नीलिमा सहस्रबुध्दे**, शैक्षणिक संदर्भ संपादक गटात सहभागी.

इ-मेल : [neelimasahasrabudhe@gmail.com](mailto:neelimasahasrabudhe@gmail.com)

(कळीचे शब्द: गणित शिक्षण, स्वशिक्षण, शिक्षण हक्क)

## शैक्षणिक संदर्भ द्वैमासिकाविषयी

शैक्षणिक संदर्भ हे पालकनीती परिवाराचे द्वैमासिक ऑगस्ट १९९९ पासून संदर्भ सोसायटी प्रकाशित करत आहे. मराठीतून चांगले विज्ञान वाचायला मिळावे, शालेय व महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांच्या कुतूहलाला प्रोत्साहन मिळावे, अनुभवांना जोडून असलेल्या विज्ञानाची सहज ओळख व्हावी आणि समाजात वैज्ञानिक दृष्टिकोन वाढावा, हे याचे उद्देश आहेत.

२०१८ सालापासून आम्ही शैक्षणिक संदर्भची छापील आवृत्ती न काढता इ-अंक प्रकाशित करत आहोत व इमेल आणि व्हॉट्सॅपच्या माध्यमातून वाचकांपर्यंत पोहोचवत आहोत.

आपल्याला आमचे अंक वाचायचे असल्यास आपला इ-मेल पत्ता आणि व्हॉट्सॅप क्रमांक (ऐच्छिक) आम्हाला [sandarbh.marathi@gmail.com](mailto:sandarbh.marathi@gmail.com) वर पाठवावा. दर आठवड्याला एक लेख व दर दोन महिने पूर्ण झाल्यावर आठ लेखांचा एकत्रित एक अंक असे आपल्याला पीडीएफ स्वरूपात मिळतील.

[www.sandarbhsociety.org](http://www.sandarbhsociety.org) या वेबसाईटला जरूर भेट द्या. जुने अंकही त्यावर पीडीएफ स्वरूपात उपलब्ध आहेत.

हा उपक्रम विनामूल्य आहे, पण आपण आपला सहभाग ऐच्छिक देणगी रूपात संदर्भ सोसायटीकडे पाठवू शकता. अधिक माहिती वेबसाईटवर उपलब्ध आहे.

- संपादक मंडळ, शैक्षणिक संदर्भ व विश्वस्त मंडळ, संदर्भ सोसायटी