

शैक्षणिक संदर्भ अंक १२७ डिसेंबर २०२० – जानेवारी २०२१

नृत्यातील गणित

लेखक: सुचेता चापेकर

नृत्यातील गणित

लेखक: सुचेता चापेकर



कलेची आंतरिक उर्मी मानवाच्या उत्क्रांतीस कारणीभूत आहे. मानवाने निसर्गातूनच कलेची प्रेरणा घेतली. अमूर्ताला मूर्त रूप देण्यासाठी वेगवेगळ्या कला, शास्त्रे बुद्धिमान मानवाने निर्माण केली. निसर्गातून जशी कला निर्माण झाली तसेच गणित, विज्ञान निर्माण झाले, किंबहुना ते होतेच त्याचा शोध प्रगल्भ मानवी बुद्धीने लावला आणि त्याची मानवी दृष्टिकोनातून बांधणी केली. नैसर्गिक कलेला शास्त्राचे नियम आणि तंत्राची चौकट मिळाली आणि ती शास्त्रीय कला झाली.

प्रत्येकाचं व्यक्त होण्याचं एक माध्यम असतं. माझ्यासाठी माझं नृत्य हे माध्यम आहे. भरतनाट्यम या पुरातन शैलीची मी पाईक आहे. नृत्य हा शारीरिक व्यायाम आहे, मानसिक

शांतता, आनंद आहे, वैचारिक भावना आहे. बुद्धिमत्तेचे जे नऊ प्रकार मानसशास्त्रात सांगितले आहेत ते सर्व नऊ प्रकार नृत्य या एका प्रकारात समाविष्ट होतात; हे अभिमानाने सांगता येईल (चौकट १ पहा). कारण नृत्य म्हटलं की गणित येतं, शब्द येतात, भाषा येते, संगीत येतं, अवकाश, रंग, रेषा म्हणजेच चित्रकला येते, शिल्पकला येते, स्व-भान येते, इतरांशी संवाद साधण्याची कला आपोआपच अवगत होते. अशा अनेक गोष्टी 'नृत्य' प्रकारात समाविष्ट होत असतील तर नृत्य ही केवढी मोठी कला आहे याचा आपण नक्कीच विचार करू शकतो.

नृत्य हा रंगमंचावर साकार होणारा एक आकृतीबंध असतो. अर्थातच त्याला मिती असते. परिमाण असतं आणि हे सगळं जेव्हा सुयोग्य प्रमाणात असतं तेव्हाच ते नृत्य सुंदर होतं. रंगमंचीय अवकाशाच्या लांबी, रुंदी आणि क्षमतांचा नृत्य करताना विचार केला जातो. मिती, प्रमाण, परिमाण या सगळ्या संज्ञा, संकल्पना गणित आणि विज्ञानात आपण वापरतो. तसंच नृत्यातही त्यांचा समावेश आहेच.

चौकट १ बुद्धिमत्तेचे प्रकार

१. गणिती-तार्किक : गणितं सोडवणं आणि कुठच्याही विषयाचा तार्किक दृष्टिकोनातून विचार करणं हे गणिती-तार्किक बुद्धिमत्तेत येतं. अमूर्त संकल्पना हाताळणं, एखाद्या घटनेचा, विषयाचा अनेक अंगांनी विचार करणं, कार्यकारणभाव ओळखणं, संकल्पना-घटना यांमधले परस्परसंबंध शोधणं या गोष्टीही या प्रकारच्या बुद्धिमत्तेच्या कक्षेत येतात.

२. भाषिक : भाषिक बुद्धिमत्ता म्हणजे भाषा, शब्द वापरण्याची क्षमता व आवड. वाचनावर प्रेम, शब्दांच्या वेगवेगळ्या छटांची जाण, व्याकरणाची मूलभूत जाण ही भाषिक बुद्धिमत्ता असलेल्यांकडे

असते. भाषेचा अभ्यास, कविता-कथांमध्ये गुंगून जाण्याची क्षमता, शब्दकोड्यांची आवड, गोष्टीवेल्हाळपणा हे गुण लहानपणापासून दिसतात.

३. **अवकाश-कालात्म** : त्रिमितीय विश्वात नक्की कुठला बिंदू कुठे आहे आणि काळाच्या प्रवाहात ते कसे वाहतात याची मनातल्या मनात ज्यांना उत्तम कल्पना करता येते त्यांच्याकडे अवकाश-कालात्म बुद्धिमत्ता आहे असं म्हणता येतं. भूमिती, चित्रकला, शिल्पकला, स्थापत्यकला यांसाठी बुद्धिमत्तेचं हे अंग आवश्यक असतं.

४. **सांगीतिक** : संगीताच्या सर्व पैलूंचं ज्ञान आणि त्यांबद्दलचं आकर्षण ही सांगीतिक बुद्धिमत्तेची देणगी आहे. स्वर ओळखणं, सुरात गाता येणं, एखाद्या वाद्यावर लीलया हुकूमत मिळवणं, लयीची उत्तम जाण असणं ही लक्षणं.

५. **शारीरिक** : स्वतःच्या शरीरावर, हालचालींवर उत्तम ताबा असणं म्हणजे शारीरिक बुद्धिमत्ता असणं. खेळाडू, नर्तक, अभिनेते आणि अॅथलिट बनण्यासाठी ही आवश्यक असते. काही लोकांच्या साध्या हालचालीही अत्यंत सहजसुंदर आणि डौलदार असतात. नाच करण्याची आवड, खेळांची आवड आणि त्यात प्रावीण्य या शारीरिक बुद्धिमत्तेच्या खुणा.

६. **नैसर्गिक** : झाडं-पानं-फुलं, आकाश-पाणी-माती, पक्षी-प्राणी-कीटक यांसारख्यांचं आकर्षण, त्यांच्याशी नातं जोडण्याची क्षमता ही नैसर्गिक बुद्धिमत्तेतून येते. मुलांमध्ये कीटक, फुलं-पानं गोळा करण्याची आवड दिसते ती यामुळेच. जीवशास्त्रज्ञ, पक्षीनिरीक्षक, निसर्गप्रेमी यांना नैसर्गिक बुद्धिमत्ता आवश्यक ठरते.

७. **भावनिक-बाह्य** : समाजात वावरताना इतर व्यक्तींशी जुळवून घेणं, त्यांच्याशी मैत्री करणं, त्यांच्या भावनांबाबत सहानुभूती बाळगणं ही कला भावनिक-बाह्य प्रकारच्या बुद्धिमत्तेमुळे येते. लोकसंग्रह करणं, दीर्घकालीन नाती निर्माण करणं, टीममध्ये काम करणं यासारखी 'सॉफ्ट स्किल्स' भावनिक-बाह्य प्रकारची बुद्धिमत्ता वृद्धिंगत केल्याशिवाय जमत नाहीत.

८. **भावनिक-अंतर्गत** : स्वतःच्या भावना, विचारप्रक्रिया, क्षमता आणि मर्यादांची योग्य जाण असणं आणि त्याहीपलीकडे आयुष्याचा मार्ग आखण्यासाठी त्यांचा वापर करता येणं हे भावनिक-अंतर्गत बुद्धिमत्तेमुळे जमतं.

९. **अस्तित्वनिष्ठ** : आपल्या मानवी अस्तित्वाबद्दल खोलात जाऊन विचार करण्याची क्षमता.

ही अत्यंत थोडक्यात केलेली मांडणी आहे. हे नऊ कप्पे एकमेकांपासून पूर्णपणे विभक्त आहेत असंही नाही. उदा. गणिताच्या क्षेत्रात पुढे जायचं असेल तर गणितीय-तार्किक स्वरूपाची बुद्धिमत्ता लागतेच, पण अवकाश-कालात्म आणि भाषिक बुद्धिमत्ताही लागते.

आजच्या शालेय शिक्षण पध्दतीत पहिल्या तीनवर - गणित, भाषा, विज्ञान - शाळा मोठ्या प्रमाणावर भर देते. खेळ, चित्रकला, संगीत हे विषय कमी महत्त्वाचे असतात आणि शेवटच्या तीनवर अगदीच कमी भर असतो. पण प्रत्यक्ष जीवनात मनातली अंतर्गत शांती, इतरांशी मैत्री करण्याची क्षमता हे गुण अनेक वेळा तुम्ही काय शिकला आहात यापेक्षा महत्त्वाचे ठरतात.

नृत्य कलेत गणिताचा उपयोग तर पदोपदी होतो. टाळ्यांच्या तालावर होणारे नृत्य म्हणजे अंकांची ओळख होय. नृत्याचा प्राण असतो ताल! ताल हे कालमापनाचं सांगीतिक चक्र आहे. ताल मोजताना, त्याची गती, लय वाढवताना, कमी करताना गणितच करावे लागते. कर्नाटक संगीत पद्धतीमध्ये तर अतिशय शास्त्रशुद्ध पद्धतीने तालाचं गणित मांडलेलं आहे. कर्नाटक ताल पद्धती मध्ये सात मुख्य ताल शास्त्रकारांनी सांगितले आहेत. आणि तालाच्या मात्रासंख्येनुसार पाच जाती आहेत. प्रत्येक तालाची पाच जातीनुसार वेगळी मात्रा संख्या होऊन जातीभेदातून नवीन ताल निर्माण होतो. म्हणजे मूळ सात ताल आणि प्रत्येकाच्या पाच जाती असे ३५ ताल निर्माण होतात. जातीभेदात मात्रा संख्या बदलते.

- तिश्र जाती - ३ मात्रा – त कि ट
- चतुश्र जाती - ४ मात्रा – त क दि मी
- खंड जाती - ५ मात्रा – त क I त कि ट
- मिश्र जाती – ७ मात्रा – त कि ट I त क दि मी
- संकीर्ण जाती – ९ मात्रा – त क दि मी I त क I त कि ट

प्रत्येक मात्रेमध्ये विशिष्ट अक्षर संख्या असते. ही अक्षर संख्या बदलली की गतीभेद निर्माण होतो. पाच जातीनुसार गतीभेदाने ३५ तालांपासून १७५ ताल निर्माण झाले. गतीभेदात मात्रासंख्या तीच राहते पण अक्षर संख्या बदलते. काही ताल ठेक्याने दर्शवले जातात त्यांना 'चापू' असे म्हणतात. खंड, मिश्र आणि संकीर्ण जातीचे ताल चापू मधून दाखवतात. म्हणून १७५ आणि हे तीन असे १७८ ताल कर्नाटक पद्धतीत वापरतात. या विविध तालांमध्ये निबद्ध रचना कर्नाटक संगीतात गायल्या आणि नाचल्या जातात.

समजा चतुश्र जाती तालामध्ये तिश्र जातीमधल्या गाण्यावर नृत्य करायचे आहे तर किती आवर्तनानंतर दोन्ही गोष्टी एकत्र येतील हे बघताना आम्हाला चतुश्र (४ मात्रा) आणि तिश्र (३ मात्रा) यांचा लसावि काढावा लागतो. तो आहे १२. आणि त्यानुसार नृत्याच्या रचनेत आवर्तने ठरवली जातात. तालाचे विभाग करताना विभाज्यतेच्या कसोट्या लक्षात घ्याव्या लागतात.

तसेच प्रत्येक रचना तालाच्या वेगवेगळ्या लयीत नाचली जाते. विलंबित लय असेल तर त्याच्या दुप्पट मध्य लय असते आणि मध्य लयीच्या दुप्पट द्रुत लय असते. म्हणजेच एका आवर्तनात विलंबित लयीत तालाचे बोल एकदाच येतात तर मध्य लयीत ते एका आवर्तनात दोनदा आणि द्रुत लयीत ते चार वेळा येतात. उदा. त क दि मी

मात्रा	१	२	३	४
विलंबित लय	त	क	दि	मी
मध्य लय	तक	दिमी	तक	दिमी
द्रुत लय	तकदिमी	तकदिमी	तकदिमी	तकदिमी

गणित आपल्याला आयुष्यभर उपयोगी ठरणारा विषय आहे, तसाच तो नृत्यातही उपयुक्त आहे. तालाशी खेळ करताना, लय बदलताना गणित शिकलेलं असेल तर चटकन लक्षात येतं. जातीभेद आणि गतीभेद करताना आम्ही लसावि, मसाविचा उपयोग नकळत करत असतो. विभाज्यतेच्या कसोट्या वापरत असतो. त्यामुळे जर गणित चांगलं समजत असेल तर त्याचा नृत्याच्या आकलनात नक्कीच फायदा होतो.

नृत्याचा अंकांशी जवळचा संबंध आहे. नृत्य हा खेळ असून तो गणिताच्या सहाय्याने खेळावा लागतो. नृत्यात आकृतिबंध, सममिती, संख्यारेषा, छेदणाच्या रेषा, संख्यांचे प्रकार



जसे मूळ, संयुक्त, सम, विषम संख्या दिसून येतात. तसेच सांघिक रचना सादर करताना विविध प्रकार, आयाम दाखवले जातात. त्यासाठी भूमितीची जाण असणे आवश्यक आहे. नृत्यातून बिंदू-बिंदूना जोडून रेषा तयार

होते. आडवी, उभी, तिरकी रेषा असे भौमितिक आकार असतात. योग्य कोनातून आयत, चौरस आकार दिसतात. त्याशिवाय नृत्य सादर करताना द्विमिती, त्रिमिती देखील दिसते. रचनेतील भौमितिक जाण असेल तर सांघिक रचना करताना त्या आकृतीबंधाची परिमाणे लक्षात घेऊन संरचना केली जाते. उदाहरणार्थ, काही वेळा चौरसाकृतीवर तर काही वेळेला चौकोन आणि त्याच्या कर्णावर नर्तकांना नृत्यासाठी उभं करून रचनेत वैविध्य आणता येतं. त्रिकोणाकृती करताना मूळ संख्या माहिती असतील तर फायदा होतो.

गणित अमूर्त आहे. ते नृत्यातून मूर्त होऊ शकते. नृत्य कलात्मकतेने ओतप्रोत भरलेलं आहे तर गणितातही काही संकल्पना अतिशय कलात्मक आहेत. उदा.फिबोनासी अंक. या अतिशय सुंदर नैसर्गिक गणिताचा सांघिक नृत्याची संरचना करताना उत्तम उपयोग होतो. गोलाकार फॉर्मेशन असेल तेव्हा समोरून प्रत्येक नर्तक दिसण्यासाठी फिबोनासी क्रमाने नर्तकांना उभे केले जाते (चौकट २ पहा).

चौकट २ फिबोनासी अंक मालिका

फिबोनासी मालिका ही पायथागोरसच्या प्रमेयाइतकीच जगप्रसिद्ध गणिती कृती आहे. यात १, १, २, ३, ५, ८, १३, २१, ३४, ५५, ८९, १४४....अशा संख्या आहेत.

यात पुढची संख्या आधीच्या दोन संख्यांची बेरीज आहे. ही मालिका आपल्याला निसर्गात ठिकठिकाणी दिसते. वनस्पतींना फुटणारे धुमारे, फुलांच्या पाकळ्या, अननसाची पाने आणि अननसावरचे खवले यांची संख्या फिबोनासी मालिकेप्रमाणेच असते. सूर्यफुलाच्या पाकळ्या, फुलकोबी वा फ्लॉवरमधील गुच्छ यांची वक्राकार पट्टी ८, १३, २१ अशा फिबोनासी क्रमानेच पुढे जाते.



फिबोनासी अंक मालिकेविषयीचे लेख शैक्षणिक संदर्भच्या २६ व्या आणि ५७ व्या अंकात आहेत. www.sandarbhociety.org या वेबसाइटवर हे दोन्ही अंक पहाता येतील.

गणित पायरीपायरीने सोडवले जाते. नृत्यात जरी उस्फूर्तता असली तरी ते बांधीव असते. त्याच्या ठरलेल्या तालात लयीत ते केले जाते आणि त्यानुसार तेही पायरीपायरीने खुलत

जाते. त्यामुळे नृत्य आणि गणित दोन्ही अवगत असलेल्या व्यक्तीच्या सादरीकरणात नक्कीच फरक पडतो.

नृत्य हे मनोरंजनाबरोबरच ज्ञानदायी पण आहे. आम्ही पंचमहाभूतांवर एक रचना सादर करतो तेव्हा या निसर्गाची अथांगता, भव्यता तर दिसतेच पण त्याचबरोबर आजच्या काळात ही पंचमहाभूते नैसर्गिक उर्जास्रोत आहेत म्हणून ती जतन केली पाहिजेत असा संदेश त्यातून मिळतो. लीलावती या गणितावरच्या सुप्रसिद्ध ग्रंथावर आधारित एक नृत्यनाट्य सुप्रसिद्ध नर्तकी झेलम परांजपे यांनी ओडिसी शैलीत सादर केलं होतं. नृत्याच्या आस्वादकांसाठी ती पर्वणी होतीच पण गणिताच्या अभ्यासकांनाही रंजकतेने गणित जाणून घेता आले.



नृत्याप्रमाणेच इतर कलांमध्येही गणित उपयोगी आहे. कलेच्या सौंदर्यशास्त्रात समरूपता, प्रमाणबद्धता, समतोल, सुसूत्रता, एकसंधता आणि सममितीचा उपयोग केलेला असतो आणि या सगळ्या गणिती संकल्पना आहेत. म्हणूनच गणित कलेसाठी अतिशय उपयुक्त आहे. मुलांना लहान वयातच नृत्याची आणि गणिताची अशी एकत्र गोडी लावली तर त्यांचा विकास चांगल्या तऱ्हेने होऊ शकेल. हल्ली अनेक शाळांमध्ये नृत्य, गायन, वादन

या कलांना विशेष महत्त्व दिल्याचे पाहायला मिळते. अनेक शाळांमध्ये तर नृत्य हा बंधनकारक विषय असतो. ही खूपच चांगली गोष्ट आहे कारण 'नृत्य' या विषयामध्ये प्रचंड ताकद आहे. संगीत, अवकाश, रेषा, रंग या सगळ्यांचे भान नृत्य करताना ठेवावे लागते. नृत्यामुळे बुद्धी ही सर्वार्थाने विकसित होते. म्हणूनच शालेय शिक्षणात नृत्य शिक्षणाला महत्त्वाचे स्थान देणे आवश्यक आहे.

§§§

लेखक : डॉ. सुचेता चापेकर, आंतरराष्ट्रीय ख्यातीच्या भरतनाट्यम नृत्यांगना, गुरु, ललित कला केंद्र पुणे इथे अध्यापन.

इ-मेल : suchetachapekar@hotmail.com

(कळीचे शब्द: गणित, नृत्य, भरतनाट्यम, ताल, गती, लय, फिबोनासी मालिका,
बुद्धिमत्तांचे प्रकार)

अभिनंदन

सोलापूर जिल्ह्यातील जिल्हा परिषद शाळा शिक्षक श्री. रणजितसिंह डिसले यांना जागतिक प्रतिष्ठेचा ग्लोबल टीचर अवार्ड हा सन्मान जाहीर झाला आहे. दरवर्षी जगभरातील हजारो प्रयोगशील शिक्षकांची या पुरस्कारासाठी नामांकने होतात. त्यातून एका शिक्षकाला हा पुरस्कार मिळतो. भारतातील शिक्षकाला हा पुरस्कार यंदा प्रथमच मिळालेला आहे. डिसले सरांनी केलेले काम, व त्यांच्या पुढील योजनांबद्दल जाणून घेण्यासाठी पुरस्कार प्राप्तीनंतरचा त्यांचा हा पहिला वहिला इंटरव्ह्यू जरूर पहा.

<https://www.youtube.com/watch?v=GT2FNpRBCx0>

शैक्षणिक संदर्भ द्वैमासिकाविषयी

शैक्षणिक संदर्भ हे पालकनीती परिवाराचे द्वैमासिक ऑगस्ट १९९९ पासून संदर्भ सोसायटी प्रकाशित करत आहे. मराठीतून चांगले विज्ञान वाचायला मिळावे, शालेय व महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांच्या कुतूहलाला प्रोत्साहन मिळावे, अनुभवांना जोडून असलेल्या विज्ञानाची सहज ओळख व्हावी आणि समाजात वैज्ञानिक दृष्टिकोन वाढावा, हे याचे उद्देश आहेत.

२०१८ सालापासून आम्ही शैक्षणिक संदर्भची छापील आवृत्ती न काढता इ-अंक प्रकाशित करत आहोत व इमेल आणि व्हॉट्सॅपच्या माध्यमातून वाचकांपर्यंत पोहोचवत आहोत.

आपल्याला आमचे अंक वाचायचे असल्यास आपला इ-मेल पत्ता आणि व्हॉट्सॅप क्रमांक (ऐच्छिक) आम्हाला sandarbh.marathi@gmail.com वर पाठवावा. दर आठवड्याला एक लेख व दर दोन महिने पूर्ण झाल्यावर आठ लेखांचा एकत्रित एक अंक असे आपल्याला पीडीएफ स्वरूपात मिळतील.

www.sandarbhsociety.org या वेबसाईटला जरूर भेट द्या. जुने अंकही त्यावर पीडीएफ स्वरूपात उपलब्ध आहेत.

हा उपक्रम विनामूल्य आहे, पण आपण आपला सहभाग ऐच्छिक देणगी रूपात संदर्भ सोसायटीकडे पाठवू शकता. अधिक माहिती वेबसाईटवर उपलब्ध आहे.

- संपादक मंडळ, शैक्षणिक संदर्भ व विश्वस्त मंडळ, संदर्भ सोसायटी