

शैक्षणिक संदर्भ अंक १२० ऑक्टो-नोव्हे २०१९

माझा भूमितीचा वर्ग

भाग २: समजून घेऊन रचना करणे

लेखक : प्रज्ञा कदम अनुवाद : ज्ञानदा गद्रे-फडके

माझा भूमितीचा वर्ग

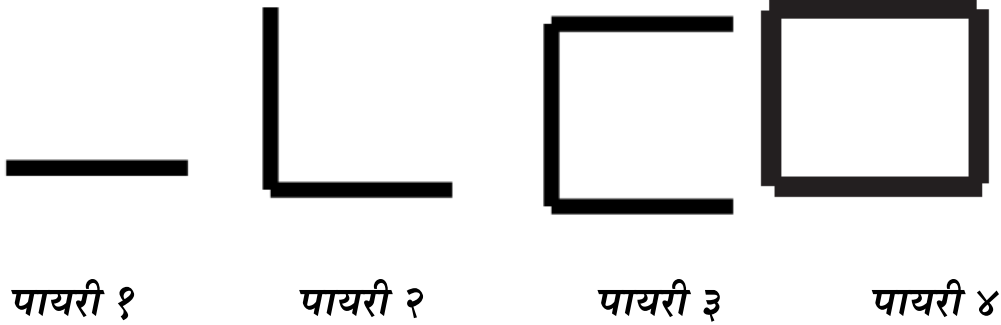
भाग २: समजून घेऊन रचना करणे

लेखक : प्रज्ञा कदम अनुवाद : ज्ञानदा गद्रे-फडके

आधीच्या लेखात आपण भूमितीतील चौकोन, चौरस, पतंग अशा संज्ञा, त्यांच्या व्याख्या आणि त्यांची भौमितिक रचना यातील परस्पर संबंध मुलांना कसा समजवायचा ते बघितले. या लेखात भौमितिक रचना कशा तयार करायच्या ते बघूया.

त्याच मुलांबरोबरच्या दुसऱ्या सत्रात, मुलांना कागदाच्या पट्ट्या वापरून दिलेल्या चौकोनाची रचना करायला सांगितले.

मुलांच्या एका गटाने खालीलप्रमाणे चौरस तयार केला.



ही रचना तयार करण्यासाठी वापरलेली पद्धत गटातील सदस्यांनी समजावून सांगितली.

विद्यार्थी: मी चार समान पट्ट्या घेतल्या आणि एक पट्टी एका आडव्या पट्टीशी 90° कोनात ठेवली. नंतर तिसरी पट्टी पहिल्या पट्टीला समांतर ठेवली. मग शेवटची पट्टी ठेवली.

शिक्षिका: तयार होणारा टेट्रा-अँगल चौरसच असेल हे केव्हा कळले?

विद्यार्थी: तिसऱ्या पायरीला, कारण त्यानंतर चौथी पट्टी पहिल्या आडव्या पट्टीला फक्त काटकोनातच ठेवणे शक्य होते.

इतर गटांनीसुद्धा अशाच प्रकारच्या रचना केल्या पण कोणत्याही गटाने रचना करताना चौरसाच्या कर्णांच्या गुणधर्माचा विचार केला नाही. स्वतंत्रपणे व्याख्या करताना त्यांनी कर्णांच्या गुणधर्माचा विचार केला होता, पण अंतिम व्याख्येत मात्र हा गुणधर्म समाविष्ट केलेला नव्हता, त्यामुळेच असे घडले असेल.

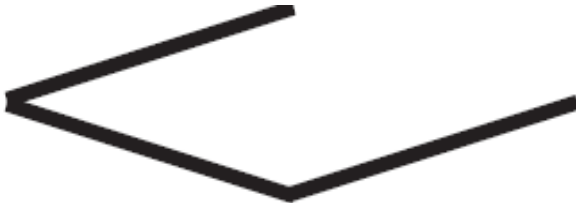
दुसऱ्या गटातील मुलांनी खालीलप्रमाणे समलंब चौकोनाची रचना केली:



पायरी १



पायरी २



पायरी ३



पायरी ४

तिसऱ्या ढायरीला ढुलाने ढहिल्या ढड्डीला सढांतर असेल अशी काळजी घेऊन ढड्डी ठेवली. ढी त्यांना विचारले की, ‘हा ऒौकोन सढलंब ऒौकोनाऒ्या कोन आणल कर्णाऒ्या गुणधर्ढाऒे ढालन करेल, याऒी तुढ्हाला खत्री आहे का?’ ढुलांना याबद्दल आतढविश्वास नव्हता. ढ्हणून ढी त्यांना दुसऱ्या एखाद्या ढद्धतीऒा विचार करायला सांगितला.

सढलंब ऒौकोनाऒ्या दुसऱ्या रऒनेत या ढायऱ्यांऒा अवलंब करण्यात आला:



या गटाने रऒनेसाठी सढलंब ऒौकोनाऒे कर्ण एकढेकांना काटकोनात दुढागतात या गुणधर्ढाऒा उपयोग केला.

ढतंगाऒी रऒना करणाऱ्या गटाने ढुढील ऒित्रात दाखवल्याढ्रढाणे वरऒ्या दोन ढड्ढ्या एकाऒेव्ढी लावल्या आणल ढग खालऒ्या दोन ढड्ढ्या एकाऒेव्ढी लावून त्याने ढतंग बनवला. व्याख्या तयार करताना त्यांनी कर्णाऒ्या गुणधर्ढाऒा विचार केला असला तरीही रऒना करताना त्यांनी त्याऒा वाढर केला नाही.



पायरी १



पायरी २

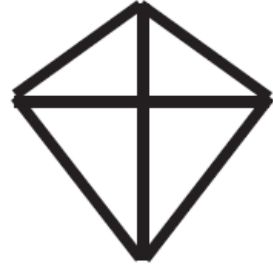
दुसऱ्या ँका गटाने पतंगाची रचना अशी केली:



पायरी १



पायरी २

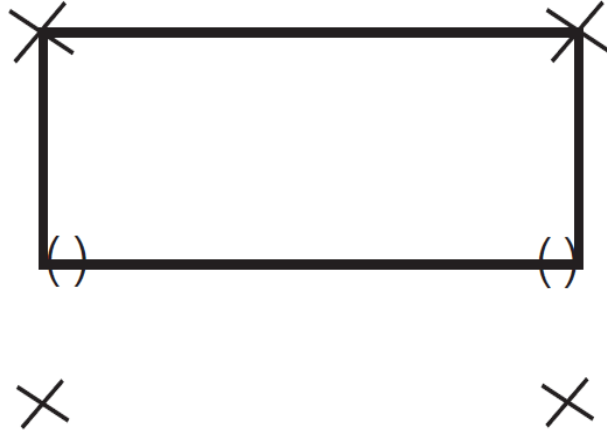


पायरी ३

गटकार्याच्या सादरीकरणाच्या वेळी मी मुलांना रचनेच्या अचूकतेचा विचार करायला सांगितला. सर्व मुलांनी असा निष्कर्ष काढला की कर्णाचे गुणधर्म वापरणे रचनेसाठी सर्वात उपयुक्त ठरेल.

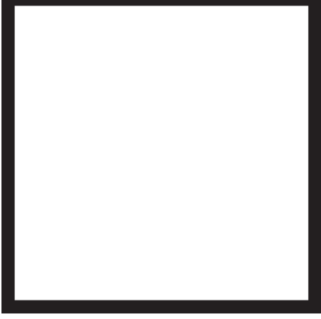
पुढच्या सत्रात मुलांना त्याच चौकोनांच्या रचना (आधीच्या वर्गात केलेल्या) भौमितिक साधने आणि पेन्सिल वापरून करायला सांगितल्या.

चौरसाची रचना करणाऱ्या पहिल्या गटातील मुलांनी रचनेसाठी फक्त पट्टीचा वापर केला. चौरसाकृतीची रचना करताना सर्व बाजू समान असतील याची काळजी त्यांनी घेतली पण कोनाच्या गुणधर्माचा विचार त्यांनी केला नाही. जेव्हा चौरसाचे कोन मोजले, तेव्हा त्यांना आढळले की काही कोन 90° मापाचे नव्हते. ही पद्धत उपयुक्त नाही हे लक्षात आल्यावर त्यांनी नेहेमीच्या गणिताच्या वर्गात शिकवली जाणारी पद्धत आठवायला सुरुवात केली. काही वेळाने सातव्या इयत्तेतील एका मुलीने खालील आकृती काढली.



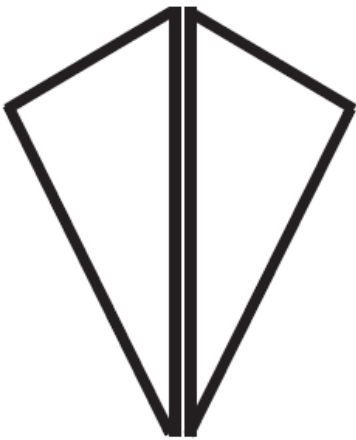
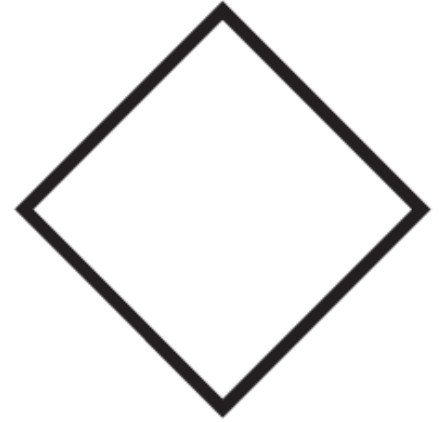
जेव्हा मी तिला हा चौरस का आहे, हे समजावून सांगायला सांगितले, तेव्हा ती गप्प राहिली. (तिला हे दिसत होते की काढलेली आकृती चौरस नव्हती.)

एका मुलाने पट्टी वापरून पुन्हा एक चौरस काढला पण जवळील बाजूंमधील कोन 90° असल्याची खात्री करण्यासाठी कोनमापकसुद्धा वापरले.



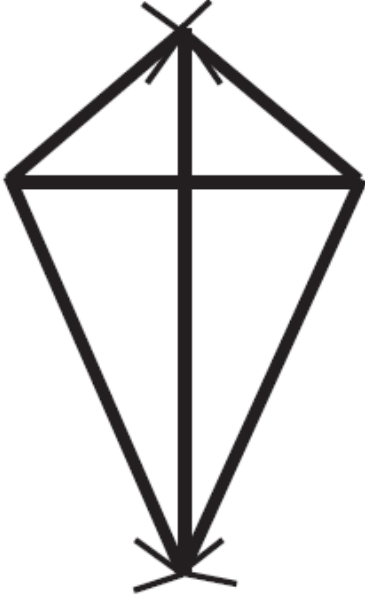
पण कर्णाच्या गुणधर्माचा वापर करून चौरस तयार करता येईल, अशी कल्पना कोणालाही सुचली नाही. मला वाटते चौरस नेहेमीच शेजारी दिल्याप्रमाणे दर्शवला जातो, हेच याचे कारण असेल. तो कधीच खालीलप्रमाणे तिरका, कर्ण

उभा असलेला, काढला जात नाही. पतंगाची आकृती किंवा कट आऊट पाहणाऱ्याचे लक्ष कर्णाकडे वेधून घेतले जात असेल आणि खोक्याच्या आकाराची चौरसाची आकृती किंवा कट आऊटमध्ये आकाराच्या बाजूंकडे लक्ष वेधून घेतले जात असेल, अशीसुद्धा शक्यता आहे. त्यामुळे चित्र काढतानासुद्धा तेच गुणधर्म वापरले जातात.



पतंगाची रचना करणाऱ्या मुलांनी रचनेच्या वेगवेगळ्या पद्धती दाखवल्या.

एका विद्यार्थिनीने कर्णाच्या गुणधर्माचा अभ्यास करून रचना केली. ती म्हणाली की तिला लंब दुभाजक कसा काढायचा ते माहिती आहे, त्यामुळे आधी लहान कर्णाला लंब दुभाजक काढला आणि मग त्याचे अंत्यबिंदू जोडले.

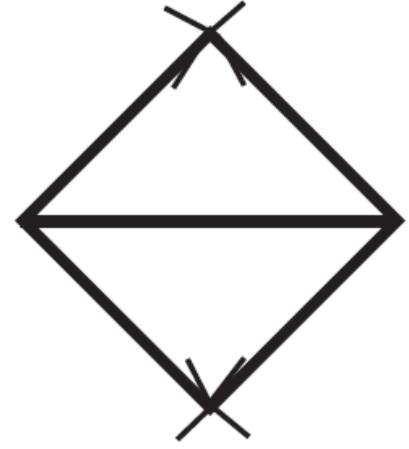


अजून एका विद्यार्थिनीने (इयत्ता ७ वी) पतंगाचे कर्ण एकमेकांना लंब असतात, या गुणधर्माचा उपयोग केला. तिने सुरुवातीला खालील रचना केली.

आकृतीचे निरीक्षण करताना तिच्या लक्षात आले की हा समलंब चौकोन आहे. तिने पतंगाच्या कट आऊटचे निरीक्षण केले. तिच्या लक्षात आले की पतंगाच्या वरच्या दोन बाजू समान लांबीच्या आणि

खालच्या दोन बाजू समान लांबीच्या आहेत. मग तिने खालचे आणि वरचे कंस काढताना कंपासच्या दोन टोकातील अंतर बदलले, आणि पतंगाची योग्य रचना तयार केली.

एका विद्यार्थ्याने पट्टी वापरून रेषाखंडाला लंब दुभाजक काढला. नंतर, त्याने कोनमापक वापरून दोन रेषाखंडांमधील कोन 90° आहे हे दाखवले. अचूक दुभाजक काढता येण्यासाठी त्याने आडवा कर्ण

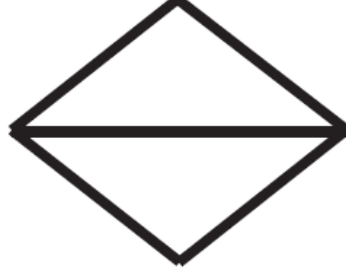


सोयीच्या लांबीचा काढला. वर्गातील चर्चेच्या दरम्यान त्याने हे मान्य केले की या पद्धतीने सर्व आकाराच्या रेषाखंडांसाठी अचूक लंब दुभाजक मिळणार नाहीत आणि अशाप्रकारे रचना करताना चुका होण्याची शक्यता आहे. त्यामुळे कंपास वापरणे हाच रचना करण्याचा सर्वात योग्य मार्ग आहे.

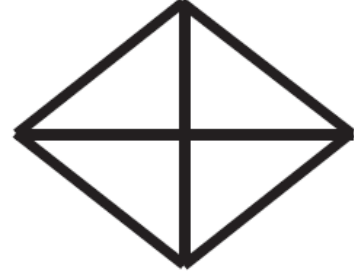
इयत्ता ५ वी मधील विद्यार्थ्यांने खालीलप्रमाणे समलंब चौकोनाची रचना केली:



पायरी १



पायरी २



पायरी ३

त्याने कोनमापक वापरून ही रचना केली. त्याने असे सांगितले की मी सुरुवातीला एक समद्विभुज त्रिकोण वरच्या बाजूला काढला आणि नंतर खालचा समद्विभुज त्रिकोण काढला. समद्विभुज त्रिकोण काढण्यासाठी त्याने कोनमापक वापरले. आडव्या रेषाखंडाच्या वरच्या आणि खालच्या बाजूला कोन तयार करण्यासाठी त्याने सर्व कोनांचे सारखे माप घेतले. तो म्हणाला की “ जर आपण प्रत्येक कोनाचे माप 45° घेतले तर तो चौरस होईल.”

मी विचारले, “ गटातल्या इतर सदस्यांनी वापरलेली लंब दुभाजकाची पद्धत तू का वापरली नाहीस?” तो म्हणाला, “ मला त्यांनी वापरलेली पद्धत आधीपासून माहितीच होती, मला माझी स्वतःची नवीन पद्धत शोधायची होती.”

इथे मुलाने प्रत्यक्षात चौरसाची रचना केली आहे (तो समलंब चौकोनसुद्धा असतो) पण तो त्याला चौरस म्हणून ओळखता आला नाही. वास्तविक ‘हा चौरस आहे’ हे वर्गातील कोणत्याही विद्यार्थ्यांच्या लक्षात आले नाही. याचे कारण आधी दिलेलेच असावे. मुलांना शंकरपाळीचा/ पतंगाचा आकार म्हणजे समलंब चौकोन वाटतो आणि खोक्याचा आकार

म्हणजे चौरस वाटतो. त्यामुळे चौरस हासुद्धा समलंब चौकोन असतो आणि तो उभा/तिरकासुद्धा असू शकतो यावर शिक्षकाने भर देण्याची गरज आहे. तसेच अगदी प्राथमिक शाळेतील वर्गातसुद्धा शिक्षकांनी चौरस वेगवेगळ्या दिशेत काढला पाहिजे आणि हा आकार त्याच्या समान बाजूंमुळे आणि कोनांमुळे चौरस आहे, तो उभा/ आडवा/ तिरका कसा आहे त्यामुळे नाही, हे समजावून सांगण्यावर भर दिला पाहिजे.

मुलांना संधी दिल्यास ते आशयाबरोबर खेळू शकतात, संकल्पनेवर स्वतः विचार करतात आणि ज्ञान निर्माण करू शकतात. त्यांना त्यांच्या स्वतःच्या पद्धती, व्याख्या तयार करायला आवडतात. शाळेत या संकल्पना शिकवायला जितका वेळ दिलेला असतो त्यापेक्षा अशा प्रकारे शिकायला आणि शिकवायला जास्त वेळ लागतो, पण कालांतराने असे शिकण्याची सवय विकसित झाली की हळूहळू शिकण्याचा वेग वाढतो.

या लेखाचा पहिला भाग वाचा शैक्षणिक संदर्भ अंक ११९ ऑगस्ट-सप्टेंबर २०१९ मध्ये.
https://www.sandarbhociety.org/wp-content/uploads/2019/09/E-Shaikshanic_Sandarbh_Issue_119_Aug_Sept_2019.pdf

§§§

लेखक : प्रज्ञा कदम, १२ वर्षे मुंबईतील विविध शाळांमध्ये गणित शिकवण्याचा अनुभव.

इमेल : pradnyak710@gmail.com

अनुवाद : ज्ञानदा गद्रे-फडके, मुक्त भाषांतरकार.

इमेल : dnyanadaphadke@gmail.com